**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA – UFSC- CTC**

**DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA E ESTATÍSTICA**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO**

**PROJETO E ANÁLISE DE ALGORITMO**

**Prof. Alexandre Gonçalves Silva**

**Aluno: Osmar de Oliveira Braz Junior**

# Questão 3

3. Prove as seguintes séries por indução matemática:

(a)

**1ª Forma de Resolução:**

**Base de Indução:** Para n=1, em . o resultado esperado é 1

//Substituir n por 1 no somatório e na equação

O passo base é verdadeiro.

Logo para todo n = k com k >=n0

**Hipótese de indução:** Por hipótese de indução, assumimos que a fórmula está correta para (k + 1), isto é . Então, temos que verificar se , sabendo-se que e partindo da hipótese de indução que .

**Passo de Indução** é:

Supondo que a série aritmética é válida para n, e que n = k seja verdadeiro, logo n = k +1 também será:

=> substituir todos os n por k + 1 temos

Portanto trocando:

e

Em:

**)**

ou

Temos:

=>

=>

=>

=>

=>

=>Verdadeiro

**2ª Forma de Resolução:**

**Base de Indução:** Para n=1, em . o resultado esperado é 1

O passo base é verdadeiro.

**Hipótese de indução:** Por hipótese de indução, assumimos que a fórmula está correta para (n + 1), isto é . Então, temos que verificar se , sabendo-se que e partindo da hipótese de indução que .

Uma regra de associação é representada como uma implicação na forma LHS => RHS, em que LHS e RHS são respectivamente o antecedente (*Left Hand Side*) e o consequente (*Right Hand Side*) da regra.

*LHS* → => somar o próximo passo i que é igual a (n+1) ao somatório

*LHS* → => substituir o somatório pela equação original

*LHS* → =>Reduzir a equação

*LHS* →

*LHS* →

*LHS* →

*RHS*→

*RHS* (obtido pela substituição de n por n + 1 na definição da série)

=>fazendo a troca de n por n +1

Verificamos se LHS = RHS ou

=>

=>

Como LHS= RHS, então hipótese é verdadeira.

(b)

**1ª Forma de Resolução:**

**Base de Indução:** Para n=1, o resultado esperado é 1

O passo base é verdadeiro.

Logo para todo n = k com k >=n0

**Hipótese de indução:** Por hipótese de indução, assumimos que a fórmula está correta para (k + 1), isto é . Então, temos que verificar se , sabendo-se que e partindo da hipótese de indução que .

**Passo de Indução** é:

Supondo a série aritmética é válida para n, e n = k seja verdadeiro, logo n = k +1 também será:

=> substituir n por k + 1

Portanto trocando:

e

Em:

ou

Temos:

=>

=> => MMC de 6 na 1ª, soma de 1 e produto por 2 na 2a

=> => produto por 6 na 1ª, produto na segunda

=>

=>

=>

=>

=> Verdadeiro

**2ª Forma de Resolução:**

**Base de Indução:** Para n=1, o resultado esperado é 1

O passo base é verdadeiro.

**Hipótese de indução:** Por hipótese de indução, assumimos que a fórmula está correta para (n + 1), isto é . Então, temos que verificar se , sabendo-se que e partindo da hipótese de indução que .

Uma regra de associação é representada como uma implicação na forma LHS => RHS, em que LHS e RHS são respectivamente o antecedente (*Left Hand Side*) e o consequente (*Right Hand Side*) da regra.

*LHS* → =>somar o próximo passo i^2 que é igual (n+1)^2

*LHS* → =>substituir o somatório pelo equação original

*LHS* →

*LHS* → => MMC de 6

*LHS* → => retirada expoente

*LHS* → => multiplicação n+1

*LHS* → =>multiplicação n e por 6

*LHS* →

*RHS* (obtido pela substituição de n por n + 1 na definição da série)

=>fazendo a troca de n por n +1

=>multiplicação por 2, e soma dos 1

=>multiplicação de n+1 e soma de 1

=> soma de 2n e n

Verificamos se LHS = RHS ou

=>

=> => retirado o 6 para simplificar

=>

=> => realizar multiplicações

=>

Como LHS= RHS, então hipótese é verdadeira.

(c)

**1ª Forma de Resolução:**

**Base de Indução:** Para n=1, em , o resultado esperado é 1

O passo base é verdadeiro.

Logo para todo n = k com k >=n0

**Hipótese de indução:** Por hipótese de indução, assumimos que a fórmula está correta para (k + 1), isto é Então, temos que verificar se , sabendo-se que e partindo da hipótese de indução que .

**Passo de Indução** é:

Supondo que a série aritmética é válida para n, e que n = k seja verdadeiro, logo n = k +1 também será:

=> substituir n por k + 1

Portanto trocando:

e

Em:

**)**

ou

+

Temos:

=>

=>

=>

=>

=> Verdadeiro

**2ª Forma de Resolução:**

**Base de Indução:** Para n=1, em , o resultado esperado é 1

O passo base é verdadeiro.

**Hipótese de indução:** Por hipótese de indução, assumimos que a fórmula está correta para (k + 1), isto é Então, temos que verificar se , sabendo-se que e partindo da hipótese de indução que .

Uma regra de associação é representada como uma implicação na forma LHS => RHS, em que LHS e RHS são respectivamente o antecedente (*Left Hand Side*) e o consequente (*Right Hand Side*) da regra.

*LHS* → => somar o próximo passo i que é igual a (n+1) ao somatório

*LHS* → => substituir o somatório pela equação original

*LHS* → => Reduzir a equação

*LHS* →

*LHS* →

*RHS*→

*RHS* (obtido pela substituição de n por n + 1 na definição da série)

=>fazendo a troca de n por n +1

=>Simplificando, fazendo a multiplicação por 2 e depois (n+1)^2

Verificamos se LHS = RHS ou

=>

=> =

Como LHS= RHS, então hipótese é verdadeira.

(d) , n>=1

**1ª Forma de Resolução:**

**Base de Indução:** Para n=1, em o resultado esperado é 1.

T(n) =

T(1) =

T(1) =

T(1) =

T(0) =

O passo base é verdadeiro

Logo para todo n = k com k >= 1

**Hipótese de indução:** Por hipótese de indução, assumimos que a fórmula está correta para (k + 1), isto é Então, temos que verificar se , sabendo-se que e partindo da hipótese de indução que .

**Passo de Indução** é:

Supondo que a série aritmética é válida para n, e que n = k seja verdadeiro, logo n = k +1 também será:

T(n) = => substituir n por k + 1

T(k+1) =

Portanto trocando:

e

Em:

ou

=

Temos:

Como LHS= RHS, então hipótese é verdadeira.

**2ª Forma de Resolução:**

**Base de Indução:** Para n=1, em o resultado esperado é 1.

T(n) =

T(1) =

T(1) =

T(1) =

T(0) =

O passo base é verdadeiro

**Hipótese de indução:** Por hipótese de indução, assumimos que a fórmula está correta para (k + 1), isto é Então, temos que verificar se , sabendo-se que e partindo da hipótese de indução que .

Uma regra de associação é representada como uma implicação na forma LHS => RHS, em que LHS e RHS são respectivamente o antecedente (*Left Hand Side*) e o consequente (*Right Hand Side*) da regra.

*LHS* → => somar o próximo passo i^3 que é igual a (n+1)^3 ao somatório

*LHS* → => substituir o somatório pela equação original

*LHS* → => mdc de 4e 1

*LHS* → => produto de ^2 e retirar (n+1) do elevando ^3

*LHS* → => realizar os produtos

*LHS* → => realizar os produtos n^2 e 4(n+4)

*LHS* → => somar os semelhantes

*LHS* → =>somar os semelhantes

*LHS* →

*RHS* (obtido pela substituição de n por n + 1 na definição da série)

=>fazendo a troca de n por n +1

=>simplificando

=>realizando as exponenciação

=>multiplicando

=>multiplicando as 2 expressões

=> somar os semelhantes

Verificamos se LHS = RHS ou

=>

=>

Como LHS= RHS, então hipótese é verdadeira.